Title	Linear Operationニツイテ (III)
Author(s)	泉, 信一; 北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 91 p.18-p.22
Issue Date	1936-05-29
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74331
rights	
Note	

406. Linear Operation ニツイテ(III)

泉　　信　一(東北大)
北　川　敏　男(阪大)

本論文デハ(II)ニ於イテ論ジタモノヨリモ, モツトー

般ナ空間デ定義サレタ *translatable* ナ *Operation* ノ一般形ヲ求メルコトデアル。

1. (F) ヲ $(-\infty, \infty)$ ニ於イテ定義サレタ函数ノツクル空間ニシテ、任意ノ有限區間デ, (F) ニ屬スル函数ノ絶對値ノ二乘ガ可積分トシ, 且ツ各々ノ $f(x) \varepsilon$ (F) ニ對シテ

$$|f(x)| < A\,(1+|x|^{k}) \tag{1}$$

ナル如キ $A = A(f)$ 及ビ $k = k(f)$ ガ存在スルトスル。

然ルトキ Wiener ニヨリ, $f(x)$ (ε F) ニ對シテハ

$$f(x) = \underset{\lambda\to\infty}{l.m.}\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\,\Phi(\xi - x, \lambda)\,d\xi \tag{2}$$

ト書キウル。コヽニ, *l.m.* ハ任意ノ有限區間ニツイテトルモノトスル。

又
$$\Phi(\xi - x, \lambda) = \int_{-\lambda+\delta}^{\lambda+\delta} e^{i(\xi - x)u}\,\varphi_{\lambda}(u)\,du$$

但シ
$$\varphi_{\lambda}(u) = \pi, \quad |u| \leqq \lambda$$
$$= 0, \quad |u| \geqq \lambda + \delta$$

及ビ $\varphi_{\lambda}(u)$ ハ $(\lambda, \lambda+\delta)$, 及ビ $(-\lambda-\delta, -\lambda)$ ニテ連續デ, 且ツ何回デモ微分出來テ端点ニ於ケルスベテノ微係数ハ 0 デアル。更ニ, $\varphi_{\lambda}(u)$ ハ *even function* ナリトスル。

2. Λf ヲ (F) ニ於イテ定義セラレテ、ソノ *contra-domain* ガ (F) ニフクマレテヰルトスル。Λf ハ *additive translatable* デ (II) ニ於ケル條件 1° 及ビ次ノ條件ヲ滿足スルモノトスル。乃チ

$\boxed{\text{條件 } 3^{\circ}}$ $\quad |\Lambda f(x)| \leqq G\,(1+|x|^{l})\,|f(x)|$

ナルヤウナ $G=G(f)$ 及ビ $l=l(f)$ ガ存在スル。

$$f_\lambda(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\Phi(\xi-x,\lambda)\,d\xi$$

トオクトキ，殆ンドスベテノ x ニ對シテ

$$\Lambda\left\{x, f_\lambda(t)\right\}=\Lambda\left\{x, \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\Phi(\xi-t,\lambda)\,d\xi\right\}$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\Lambda\left\{x, \Phi(\xi-t,\lambda)\right\}d\xi \quad (1)$$

コヽニ

$$\Lambda\left\{x, \Phi(\xi-t,\lambda)\right\}=\Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{i(\xi-t)u}\varphi_\lambda(u)\,du\right\}$$

右辺ノ *integrand* ハ連続デアルカラ、條件 I° ニヨリ

$$\Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{-itu}\varphi_\lambda(u)e^{i\xi u}\,du\right\}$$

$$=\lim_{n}\Lambda\left\{x, \sum_{k} e^{-itu_k^{(n)}}\varphi_\lambda(u_k^{(n)})e^{ixu_k^{(n)}}(u_{k+1}^{(n)}-u_k^{(n)})\right\}$$

$$=\lim_{n}\sum_{k}\Lambda\left\{x, e^{-itu_k^{(n)}}\right\}\varphi_\lambda(u_k^{(n)})e^{ixu_k^{(n)}}(u_{k+1}^{(n)}-u_k^{(n)})$$

條件　カラ $\Lambda\left\{x, e^{-itu_k^{(n)}}\right\}$ ハ連続デアルカラ，*Riemann* ノ意味デ積分可能デアル．故ニ

$$\Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{-itu}\varphi_\lambda(u)e^{i\xi u}\,du\right\}=\int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta}\Lambda\left\{x, e^{-itu}\right\}\varphi_\lambda(u)e^{i\xi u}\,du$$

故ニ

$$\Lambda\left\{x, e^{-itu}\right\}=G(x,u)$$

トオクトキ Λ ノ *translatable* ナコトカラ $G(x,u)=G(iu)e^{-ixu}$ トオクコトガ出來ル。

故ニ

$$\Lambda\left\{x, f_\lambda(t)\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\, d\xi \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(iu)\, \varphi_\lambda(u)\, e^{-i(x-\xi)u}\, du$$

故ニ，(2) ニヨリ

$$\Lambda f(x) = \underset{\lambda\to\infty}{l.m.} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\, d\xi \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(iu)\, \varphi_\lambda(u)\, e^{i(x-\xi)u}\, du.$$

3. (F) ニ屬スル函數 $f(x)$ ニ對スル條件 (1) ノ代リニ次ノ條件ヲ置キカヘル。乃チ

$$|f(t)| < A e^{\beta|t|}(1+|t|^k) \quad (-\infty < t < \infty)$$

トナルヤウナ $\beta > 0$ 及ビ $A = A(f)$ 及ビ $k = k(f)$ ガ存在スルモノトスル。カヽル函數ノツクル空間ヲ $(F^{(\beta)})$ デ表ハス。

然ルトキ，Wiener ノ定理カラ，容易ニ次ノ關係式ヲ得ル。

$$\underset{\lambda\to\infty}{l.m} \int_0^{\infty} f(t)\, e^{s(x-t)}\, \Phi(x-t,\lambda)\, dt = f(x), \quad x>0$$

$$= 0 \quad , \quad x<0$$

$$\underset{\lambda\to\infty}{l.m.} \int_{-\infty}^{0} f(t)\, e^{-s(x-t)}\, \Phi(x-t,\lambda)\, dt = f(x), \quad x<0$$

$$= 0 \quad , \quad x>0$$

故ニ

$$f_\lambda(x) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{s(x-t)}\, \Phi(x-t,\lambda)\, dt + \int_{-\infty}^{0} f(t)\, e^{-s(x-t)}\, \Phi(x-t,\lambda)\, dt$$

トオクトキ

$$l.m.\, f_\lambda(x) = f(x)$$

コヽニ，$l.m.$ ハ任意ノ有限區間デトルモノトスル。

然ルトキ，Λ ガ $(\mathrm{F}^{(\beta)})$ ノツクル函數ヲ $(\mathrm{F}^{(\beta)})$ ノツクル函數ニ變換スル Operation トスルトキ同樣ニシテ §2 ノ條件ガナリタツトキ

$$\Lambda f(x)=\underset{\lambda\to\infty}{l.m.}\left\{\int_0^\infty f(\xi)e^{s(x-\xi)}d\xi\int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta}G(\beta+iu)\varphi_\lambda(u)e^{i(x-\xi)u}du\right.$$

$$\left.+\int_{-\infty}^0 f(\xi)e^{-s(x-\xi)}d\xi\int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta}G(-s+iu)\varphi_\lambda(u)e^{i(x-\xi)u}du\right\}$$

〔訂正〕 Linear Operation (I) ニ於イテ條件 2° ヲ次ノ樣ニ（一般ニ）直シテオクコトガ必要デアル。

$\boxed{\text{條件}2^\circ}$ 條件 1° ト同ジ假定ノ下デ、殆ンドスベテノ t ニ對シテ

$$\lim_{n_k\to\infty}\Lambda\left\{x,f_{n_k}(t)\right\}=\Lambda\left\{x,f(t)\right\}$$

トナル樣ナ subseq. $\left\{f_{n_k}(t)\right\}$ ガ存在スル。

ソウデナイト，$E=(\angle P)$ ノ場合ガフクマレナイ。又上ノ如ク假定スレバ，E及ビ E_1 ガ (S) ノトキモフクマレル。